

## MATEMÁTICAS II

*(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2 puntos, exercicio 4= 2 puntos)*

### OPCIÓN A

1. a) Estuda, segundo os valores de  $m$ , o rango da matriz  $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 3 \\ 1 & m & 2 \\ 1 & m & 3 \end{pmatrix}$
- b) Coincide  $A$  coa súa inversa para algún valor de  $m$ ?
- c) Determina unha matriz simétrica  $X$  de orde 2 tal que  $X \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$  e o determinante da matriz  $3X$  sexa  $-9$
2. a) Calcula o punto simétrico do punto  $P(-2,0,2)$  respecto ao plano  $\pi: 3x + 2y + z - 3 = 0$ .
- b) Sexa  $r$  a recta perpendicular ao plano  $\pi: 3x + 2y + z - 3 = 0$  e que pasa polo punto  $P(-2,0,2)$ .  
Consideremos a recta  $s: \begin{cases} 2x - y - 3z = 0 \\ x - z - 10 = 0 \end{cases}$   
Estuda a posición relativa de  $r$  e  $s$ . Calcula a ecuación do plano paralelo a  $s$  que contén a  $r$ .
3. a) Define función continua nun punto. ¿Que tipo de discontinuidade ten  $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-2x}$  nos puntos  $x = 0$  e  $x = 2$ ?
- b) Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$  no seu punto de inflexión.
4. a) Calcula  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x-1)}{x^2 - \sqrt{x}}$  (Nota:  $\ln$  = logaritmo neperiano)
- b) Calcula  $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx$

### OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema de ecuacións lineais:  

$$\begin{aligned} 3x - y - 2z &= m + 9 \\ mx + 3y - z &= 0 \\ 3x - y + 5z &= 0 \end{aligned}$$
- b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso  $m = -9$ .
2. a) Define o produto vectorial de dous vectores. Dados os vectores  $u = (2,2,0)$ ,  $v = (1,1,-1)$ , calcula os vectores unitarios e perpendiculares aos dous vectores  $u$  e  $v$ .
- b) Calcula o valor de  $a$  para que a recta  $r: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-2}{-4}$  non corte ao plano  $\pi: 5x + ay + 4z = 5$ . Para ese valor de  $a$ , calcula a distancia da recta ao plano.
3. a) Dada a función  $f(x) = \frac{ax+b}{cx-1}$  calcula os valores de  $a, b, c$  sabendo que  $x = \frac{1}{2}$  é unha asíntota vertical e que  $y = 5x - 6$  é a recta tanxente á súa gráfica no punto correspondente a  $x = 1$ . Para os valores de  $a, b, c$  calculados, posúe  $f(x)$  máis asíntotas?
- b) Enuncia o teorema do valor medio do cálculo diferencial. Pódese aplicar, no intervalo  $[0,1]$ , este teorema á función  $f(x) = \frac{1}{2-x}$ ? En caso afirmativo calcula o punto ao que fai referencia o teorema.
4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica da parábola  $f(x) = -x^2$  e a recta normal á gráfica de  $f(x)$  no punto correspondente a  $x = 1$ . (Nota: para o debuxo das gráficas, indicar os puntos de corte cos eixes, o vértice da parábola e concavidade ou convexidade).